Propuesta de trabajo fin de grado

Titulo: ***El problema de valor inicial para un fluido auto-gravitante con soporte compacto (Euler-Nordström)***

Profesor: Uwe Brauer oub@mat.ucm.es

Plazas: 1

Grado: Matemática/Doble Grado Matemática-Física

La teoría de Nordström La teoría de Nordström fue la primera teoría no lineal relativista de gravitación [Nor13] [EF14]. Dado que es una teoría escalar, es mucho más simple que las ecuaciones de Einstein de la relatividad general. El sistema correspondiente está dado por

$$u^\nu \nabla_\nu \epsilon + (\epsilon + p)\nabla_\nu u^\nu = 0; \tag{1a}$$

$$(\epsilon + p)P_{\alpha\beta}u^\nu \nabla_\nu u^\beta + P^\nu{}_\alpha \nabla_\nu p = 0. \tag{1b}$$

$$\Box\phi = -\frac{1}{6}(\epsilon + 3p)\phi^3 \tag{1c}$$

$$p = K\epsilon^\gamma \qquad \gamma \in \mathbb{R}^+ \qquad 1 < \gamma \tag{1d}$$

con

$$g_{\alpha\beta} = \phi^2 \eta_{\alpha\beta} \tag{2}$$

$$P_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} + 2u_\alpha u_\beta \tag{3}$$

La existencia y unicidad de soluciones locales no fue demostrado hasta el año 2009 [Spe09]. Sin embargo este trabajo usa conceptos muy avanzados y demasiados complejos. Es posible obtener el mismo resultado con métodos considerablemente más simples [Maj84]. Ver también [Cho09] para una presentación más simple de fluidos relativistas.

El problema a resolver El problema que se quiere resolver es un problema de valor inicial (problema de Cauchy) para el sistema (1a)–(1d): se prescriben los datos iniciales en $t = 0$ y se busca una solución local en el tiempo. La particularidad es que se supone que la densidad ϵ tiene soporte compacto, lo que corresponde a un cuerpo aislado (una estrella) rodeado de vacío.

Esta hipótesis crea una dificultad esencial: allí donde la densidad se anula, las ecuaciones de Euler degeneran y el sistema deja de ser simétrico hiperbólico, de modo que la teoría clásica no se puede aplicar directamente. Por tanto, hay que regularizar las ecuaciones. Para el sistema de Euler-Poisson esto lo consiguió Makino [Mak86], quien sustituyó la densidad ρ por una nueva variable $w = g(\rho)$, cuya forma explícita no es importante por el momento, con la cual el sistema es simétrico hiperbólico también en la región donde $\rho = 0$. El objetivo del trabajo es adaptar esta idea al sistema de Euler-Nordström.

Requisitos/Recomendaciones

1. Física: conocimientos básicos de teoría de relatividad especial.
2. Hidrodinámica: conocimientos básicos de teoría de fluidos.
3. EDP: conocimientos básicos de teoría de ecuaciones hiperbólicas
4. Espacios L^2

Referencias

[Cho09] Y. Choquet-Bruhat. *General Relativity and the Einstein Equations*. Oxford Mathematical Monographs. Oxford University Press, Oxford, 2009, págs. xxvi+785 (vid. pág. 1).

[EF14] A. Einstein y A. Fokker. "Die Nordströmische Gravitationstheorie vom Standpunkt des absoluten Differentialkalküls". En: *Annalen der Physik* 44 (1914), págs. 321-328 (vid. pág. 1).

[Maj84] A. Majda. *Compressible Fluid Flow and Systems of Conservation Laws in Several Space Variables*. New York: Springer, 1984 (vid. pág. 1).

[Mak86] T. Makino. "On a Local Existence Theorem for the Evolution Equation of Gaseous Stars". En: *Patterns and Waves*. Ed. por T. Nishida, M. Mimura y H. Fujii. Amsterdam: North–Holland, 1986, págs. 459-479 (vid. pág. 1).

[Nor13] G. Nordström. "Zur Theory der Gravitation vom Standpunkt des Relativitätsprinzip". En: *Annalen der Physik* 43 (1913), págs. 533-554 (vid. pág. 1).

[Spe09] J. Speck. "Well-posedness for the Euler-Nordström system with cosmological constant". En: *Journal of Hyperbolic Differential Equations* 6.2 (2009), págs. 313-358. URL: http://dx.doi.org/10.1142/S0219891609001885 (vid. pág. 1).